

学生用演習 (2)

担当: 金丸隆志

液体の加熱

今、液体を加熱するタンクを考える。入口のパイプから θ_0 [$^{\circ}\text{C}$] の流体が単位時間あたり e [m^3/s] だけ流入する。タンクには単位時間あたり q [J/s] の熱量を加えられるヒーターが存在し、液体の温度を $\theta(t)$ [$^{\circ}\text{C}$] まで上げるものとする。また、タンクは十分に攪拌されており、タンク内の温度は一様に $\theta(t)$ であるとする。タンク

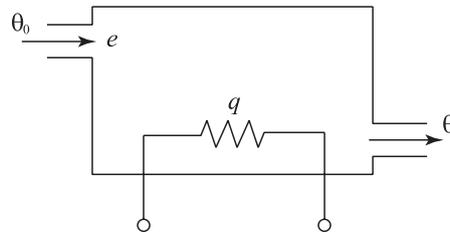


図 1: 液体を加熱するタンク

クの容積を V [m^3]、液体の比熱を α [$\text{J}/(\text{m}^3 \text{ } ^{\circ}\text{C})$] とし、タンク自体の熱容量は無視できるとする。このとき、出口からの流れる液体の温度 $\theta(t)$ [$^{\circ}\text{C}$] は下記の微分方程式を満たす。

$$\alpha V \theta' = q - \alpha e (\theta - \theta_0) \quad (1)$$

両辺を αV で割ると次式が得られる。

$$\theta' = \frac{q}{\alpha V} - \frac{e}{V} (\theta - \theta_0) \quad (2)$$

ここで、 q , α , V , e , θ_0 は全て定数である。

いま、 $\theta(t)$ の初期値を $\theta(0) = 0$ と定める。さらに、簡単のため各定数を $q = 1$, $\alpha = 1$, $V = 1$, $e = 0.1$, $\theta_0 = 10$ と定める。 $t = 100$ までシミュレーションを行い、結果をグラフ表示せよ。

描いたグラフを見ると、ヒーターに温められたことにより、液体の温度が流入時の温度 $\theta_0 (= 10)$ よりも高い温度に収束することが分かるはずである。ここで、「収束先の温度を変えないまま、収束までにかかる時間を速くする」にはどうしたらよいか考えてみよ。ただし、液体の性質である比熱 α と容器の大きさ V は変えないものとする。