

微分方程式論 (9) 定数係数の 2 階斉次線形微分方程式 (3) (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号: _____ 氏名: _____

[問題 1]

以下の微分方程式を解け。

(a) $x'' - 6x' + 9x = 0$

(b) $x'' + 4x' + 4x = 0$

[問題 2]

ばね定数 k のばねにつながれた質量 m のおもりを考える。今回は速度に比例した摩擦項 $-\delta x'$ があるとする。運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \delta \frac{dx}{dt}$$

と書けるが、全て左辺に移項した形

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \delta \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

で取り扱うことが多い。

ここで、今回は $\delta = 2\sqrt{mk}$ を満たす場合を考えよう。すなわち

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\sqrt{mk} \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

である。この運動方程式の解で、時刻 $t = 0$ において $x = x_0, dx/dt = 0$ を満たすものを求めよ。